

Mitteilung aus den Kamax-Werken, Osterode

# Berücksichtigung des Reibungszustandes bei der Bemessung hochwertiger Schraubenverbindungen

Von

RUDOLF KELLERMANN und HANS-CHRISTOPH KLEIN

Osterode

Die vorliegende Arbeit zeigt verschiedene Anwendungsmöglichkeiten der in einer früheren Untersuchung der gleichen Verfasser über den „Einfluß der Reibung auf Vorspannung und Anzugsmoment von Schraubenverbindungen“ veröffentlichten Ergebnisse. Auf diese erste Untersuchung aufbauend wird in der vorliegenden Arbeit nochmals sehr deutlich herausgestellt, wie wichtig die Berücksichtigung des Reibungszustandes beim Anziehen von Schraubenverbindungen ist, denn sowohl die Beziehung zwischen Vorspannkraft und Anziehdrehmoment wie auch der Torsionsanteil an der gesamten Schraubenbeanspruchung sind vom Reibungswert abhängig. Bisher übliche Rechenverfahren lassen bei der Wahl der zulässigen Vorspannung erhebliche Unterschiede erkennen, die durch die jeweils zugrunde gelegten Bruchhypothesen und Reibungswerte bedingt sind. Eine exakte Berechnung muß aber auch den Streubereich der Reibungswerte berücksichtigen. Als die hierfür geeignete Darstellung wird das  $M_A$ - $P_V$ -Diagramm beschrieben, sowie die Konstruktion, die Berechnung und verschiedene Anwendungsmöglichkeiten dieser Diagramme gezeigt. Für Dimensionierungs- und Kontrollrechnungen werden geeignete Nomogramme entwickelt. Zur Sicherung gegen Lösen und zur Steigerung der Dauerhaltbarkeit der ganzen Schraubenverbindung ist eine möglichst hohe Vorspannung anzustreben. Die optimale Zugvorspannung einer Schraube ist durch Verminderung der zulässigen Torsionsspannung, also durch einen möglichst niedrigen Gewindereibungswert zu erreichen.

Sonderdruck aus Zeitschrift „Konstruktion“ (1956), Heft 6, Seiten 236—244

Springer-Verlag · Berlin / Göttingen / Heidelberg

# Berücksichtigung des Reibungszustandes bei der Bemessung hochwertiger Schraubenverbindungen

Von R. Kellermann und H.-Chr. Klein

(Mitteilung aus den Kamax-Werken, Osterode)

## Bezeichnungen

$a = \frac{\sigma_{zul}}{\tau_{zul}}$  Anstrengungsverhältnis

$A, B$  Konstanten

$c, d$  Ellipsenhalbachsen

$C_F$  Einheitskraft der verspannten Teile

$C_S$  Einheitskraft der Schraube

$d_F$  Flankendurchmesser des Bolzengewindes

$d_K$  Kerndurchmesser des Bolzengewindes

$d_T$  Dehnschaftdurchmesser

$D_A, D_I$  äußerer und innerer Durchmesser der Kopfauflage

$E_M$  Länge der Drehmomenteinheit

$E_P$  Länge der Krafteinheit

$F_S$  Spannungsquerschnitt des Gewindes

$h$  Steigung

$l_T$  Dehnschaftlänge

$m_G$  von der Abmessung unabhängiges Drehmoment

$M_A$  Anziehdrehmoment

$M_G$  durch das Gewinde übertragenes Drehmoment

$M_K$  Reibungsmoment an Kopfauflage

$m_P$  Maßstab der  $P_V$ -Skala

$N_0, M_0$  Hilfsgrößen

$P_B$  dynamische Betriebslast

$P_V$  Vorspannkraft

$P_{BS}$  dynamische Betriebslast der Schraube

$R_{RK}$  Reibungshalbmesser der Kopf- bzw. Mutternaufgabe

$W_p$  polares Widerstandsmoment

$y_0, x_0$  Hilfskoordinaten

$\alpha$  Steigungswinkel des Gewindes

$\beta$  Flankenwinkel des Gewindes

$\delta = \frac{d_T}{d_K}$  Durchmesser Verhältnis

$\Delta l_{Fbl}$  bleibende Formänderung der verspannten Teile

$\Delta P_V$  Verlust an Vorspannkraft

$\zeta = \frac{\sigma_V}{\sigma}$  Spannungsverhältnis

$\kappa, \kappa_0, \kappa_1, \kappa_{01}$  Hilfswinkel

$\lambda$  Kennzahl

$\mu$  Gewindereibungszahl

$\mu_A$  Reibungszahl an der Kopfaufgabe

$\mu_{ges}$  Gesamtreibungszahl der Schraube

$\nu$  Ausnutzung der Streckgrenze

$\varrho'$  scheinbarer Gewindereibungswinkel

$\sigma$  Zugvorspannung im Gewinde

Tabelle 1. Berücksichtigung der Torsionsspannung.

	Autor, Jahr	Literaturstelle	$\frac{\tau}{\sigma}$	$\zeta = \frac{\sigma_V}{\sigma}$	Anmerkung	Festigkeitshypothese	Berücksichtig. der Fließbehinderung im Gewinde
1	Wiegand u. Haas 1951	[2]	0,49 <sup>1</sup> 0,56 <sup>1</sup>	1,31° 1,39° 1,3 *	Feingewinde m. großem Durchmesser Normalgewinde mft kleinem Durchmesser	$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$	durch zügige Haltbarkeit $\sigma_B^{K'} = 0,91 \dots 1,15 \sigma_B$
2	Niemann 1950	[3]	0,36 <sup>2,3</sup>	1,12° 1,43* 1,7 * 2,2 *	genormte Befestigungsschrauben f. vorgespannte Flansch- u. Pleuelschrauben f. Schrauben ohne Vorspannung f. Schrauben, die unter Last angezogen werden (Spannschloß)	$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + (a \cdot \tau)^2}$ $a = \frac{1}{0,7}$ , falls $\tau$ und $\sigma$ beide schwelend oder ruhend	unberücksichtigt
3	Hütte II 1949			1,2...1,3*	f. geschmierte Schrauben	keine Angaben	unberücksichtigt
4	Dubbel I 1953			4,0* 3,3*	f. Schrauben aus Werkstoff m. niedr. $\sigma_S/\sigma_B$ f. Schrauben aus Werkstoff m. hohem $\sigma_S/\sigma_B$ , bei kleinen Durchm. $\sigma$ um 10...20% niedriger	keine Angaben	unberücksichtigt
5	ten Bosch 1951	[4]	0,55	1,49° 2,6 *	aus Mittelwerten berechnet unter Berücksichtigung d. Biegespg. im Gewindegrd.	$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$	unberücksichtigt
6	Findeisen 1951	[5]	0,3...0,5 <sup>3</sup>	1,13...1,32		$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$	$\sigma_{SGew} = 1,15 \sigma_S$
7	Radzimovsky 1949	[6]	0,37	1,25	aus Mittelwerten berechnet	$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$	unberücksichtigt
8	Erker 1953	[7]		1,2		keine Angaben	keine Angaben

<sup>1</sup> Angabe der Formel  $\frac{\tau}{\sigma} = 2,2 \frac{\operatorname{tg} \alpha + \mu'}{1 - \mu' \operatorname{tg} \alpha}$ .

<sup>2</sup> Angabe der Formel  $\frac{\tau}{\sigma} = 2 \cdot \frac{d_f}{d_k} \cdot \operatorname{tg}(\alpha + e')$ .

<sup>3</sup> Versuchswert, unabhängig von der Gewindegröße (lt Autor).

<sup>\*</sup> Zahlenwert, aus den angegebenen Formeln errechnet, als Rechenrichtwert angegeben.

$\sigma_a$	Spannungsamplitude
$\sigma_A$	zulässige Spannungsamplitude
$\sigma_S$	Streckgrenze des Schraubenwerkstoffes
$\sigma_T$	Zugspannung im Dehnschaft
$\sigma_V$	Vergleichsspannung
$\tau$	Torsionsspannung im Gewinde
$\tau_T$	Torsionsspannung im Dehnschaft

### A. Bisherige Rechenverfahren

Die Schraube ist ein Maschinenelement, welches auf den ersten Blick sehr einfach, bei genauer Betrachtung aber doch komplizierter erscheint. Die vielen Veröffentlichungen über Schrauben bestätigen das. Es ist aufschlußreich, diese verschiedenen Arbeiten zu vergleichen.

In einer Schraubenverbindung wirken zwei voneinander unabhängige Kräfte: die Vorspannkraft und die Betriebslast. Bei der Bemessung einer Schraubenverbindung ist zuerst die Vorspannkraft zu ermitteln, die im Hinblick auf beste Dauerhaltbarkeit in einem bestimmten Verhältnis zur gegebenen Betriebslast stehen muß. Über die Wahl der richtigen Vorspannkraft wurden von Thum und Mitarbeitern gründliche Untersuchungen angestellt [1], [2], so daß auf diese Zusammenhänge hier nicht eingegangen wird. Der nächste Schritt ist die Bestimmung der erforderlichen Schraubenabmessung aus Vorspannkraft und zulässiger Spannung. Beim Anziehen einer Schraubenverbindung auf die erwünschte Zugvorspannung treten zusätzlich Torsionsspannungen auf. Diese sind von den Gewindeabmessungen und von dem Reibungszustand der Gewindeflanken sehr stark abhängig. Bisher hat man jedoch diese zusätzliche Beanspruchung nur durch konstante Zuschläge zu der Zugspannung  $\sigma$  berücksichtigt:

$$\sigma_{zul} \geq \sigma_V = \zeta \cdot \sigma.$$

Damit wurde der erforderliche Querschnitt errechnet zu

$$F \geq \zeta \frac{P_V}{\sigma_{zul}}. \quad (1)$$

Nur drei Autoren [2], [5] u. [8] berücksichtigen die Vergrößerung der Tragfähigkeit eines Gewindes infolge der Fließ-

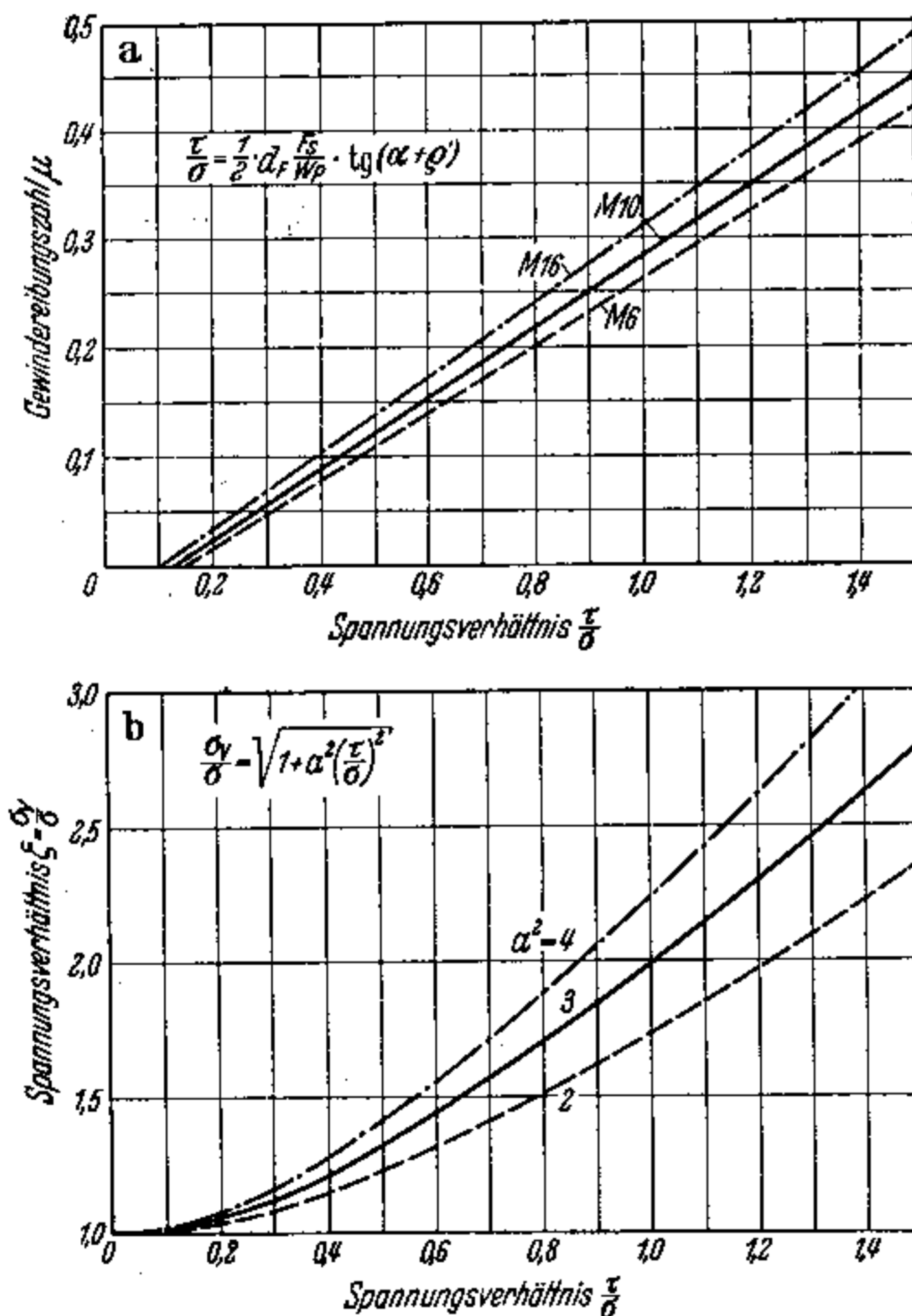


Bild 1. Zusammenhang zwischen Vergleichsspannung, Festigkeitshypothese, Gewindeabmessung und Reibungszahl.

- a) Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses  $\tau/\sigma$  von Gewindeabmessung und Gewindereibungszahl;  
 b) Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses  $\zeta = \sigma_V/\sigma$  von der Festigkeitshypothese und vom Spannungsverhältnis  $\tau/\sigma$ .

behinderung durch die Gewindegänge. Wie unterschiedlich die Torsionsspannung eingeschätzt wird, läßt Tab. 1 ersehen. Die  $\zeta$ -Werte liegen, wenn man die in Zeile 4 angegebenen ausläßt, bei 1,1...1,5... (2,6). Die letzte Angabe berücksichtigt außer der Torsion noch die Biegespannung im Gewindegrund und kann nicht direkt in den Vergleich einbezogen werden. Die Unterschiede der  $\zeta$ -Wert sind durch Verwendung verschiedener Festigkeitshypothesen bei der Berechnung der Vergleichsspannung und vor allem durch verschiedene Einschätzung des Reibungszustandes der Gewindeflanken entstanden. In Bild 1 sind die theoretischen Zusammenhänge zwischen Vergleichsspannung, Festigkeitshypothese, Gewindeabmessung und Reibungszahl dargestellt.

Wird die Vergleichsspannung für ein Gewinde M10 bei  $\mu = 0,15$  nach der Bruchhypothese mit  $a^2 = 2$  errechnet, dann wird  $\zeta = 1,31$ ; mit  $a^2 = 3$  wird  $\zeta = 1,44$ ; mit  $a^2 = 4$  wird  $\zeta = 1,55$ . Diese Differenzen sind beachtlich. Sie rühren von der unterschiedlichen Betrachtungsweise her, denn in jedem Fall liegt die gleiche Werkstoffbeanspruchung vor. Nur eine Bruchhypothese kann die Beanspruchungsverhältnisse richtig beschreiben.

Die Vergleichsspannung hängt nur von der Gewindeabmessung und Reibungszahl ab. Aus Bild 1 ist zu ersehen, daß der Einfluß der Abmessung gering ist. So wird z. B.  $\tau/\sigma = 0,5 \cdot d_F \cdot F_S / W_p \cdot \text{tg}(\alpha + \rho')$  bei  $\mu = 0,15$

$$\begin{aligned} \tau/\sigma &= 0,54 \quad \text{für Gewinde M 16,} \\ &= 0,595 \quad \text{für Gewinde M 10,} \\ &= 0,635 \quad \text{für Gewinde M 6.} \end{aligned}$$

Wie früher [8] gezeigt wurde, liegt die Gewindereibungszahl je nach Oberflächen- und Schmierzustand zwischen 0,35 und 0,08. Für ein Gewinde M 10 errechnet sich nach der Hypothese der größten Gestaltänderungsarbeit ( $a^2 = 3$ ) dann  $\zeta = 2,32$  bis 1,19. Demnach ist es also nicht möglich, die Torsionsspannung durch einen festen Zuschlag zur Zugvorspannung richtig zu erfassen!

Bei der Dimensionierung einer Schraubenverbindung muß der Streubereich der Reibungswerte bekannt sein und berücksichtigt werden. In der vorliegenden Arbeit wird versucht, die erforderlichen Rechenunterlagen für den Konstrukteur zu schaffen. Diese müssen die Verhältnisse theoretisch einwandfrei, aber auch handlich wiedergeben. Es wird hierzu ein Nomogramm entwickelt.

### B. Verhältnisse beim Anziehen einer Schraubenverbindung

Beim Anziehen einer Schraubenverbindung treten in sämtlichen Gleitflächen Reibungskräfte entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung auf. Sie sind durch das Anzieh-Drehmoment zusätzlich zum Nutzdrehmoment zu überwinden. Genaue Untersuchungen über den Anziehvorgang und die Reibungsverhältnisse an Schrauben liegen vor [8], [9].

Im Zusammenhang mit den hier zu behandelnden Fragen interessieren folgende Gleichungen [8]:

Anzieh-Drehmoment

$$M_A = M_G + M_K, \quad (2)$$

vom Gewinde übertragenes Drehmoment

$$M_G = P_V \cdot \frac{d_F}{2} \cdot \text{tg}(\alpha + \rho'), \quad (3)$$

Kopfreibungs-Drehmoment

$$M_K = P_V \cdot R_{RK} \cdot \mu_A. \quad (4)$$

zulässige Zugspannung im Gewinde

$$\sigma = \frac{v \cdot \sigma_S}{\sqrt{1 + 0,75 \left[ d_F \frac{F_S}{W_p} \cdot \text{tg}(\alpha + \rho') \right]^2}} \quad (5)$$

zulässige Zugspannung im Dehnschaft

$$\sigma_T = \frac{v \cdot \sigma_S}{\sqrt{1 + 12 \left( \frac{h}{\pi \cdot d_T} + \frac{\mu}{\cos \beta/2} \cdot \frac{d_F}{d_T} \right)^2}} \quad (6)$$

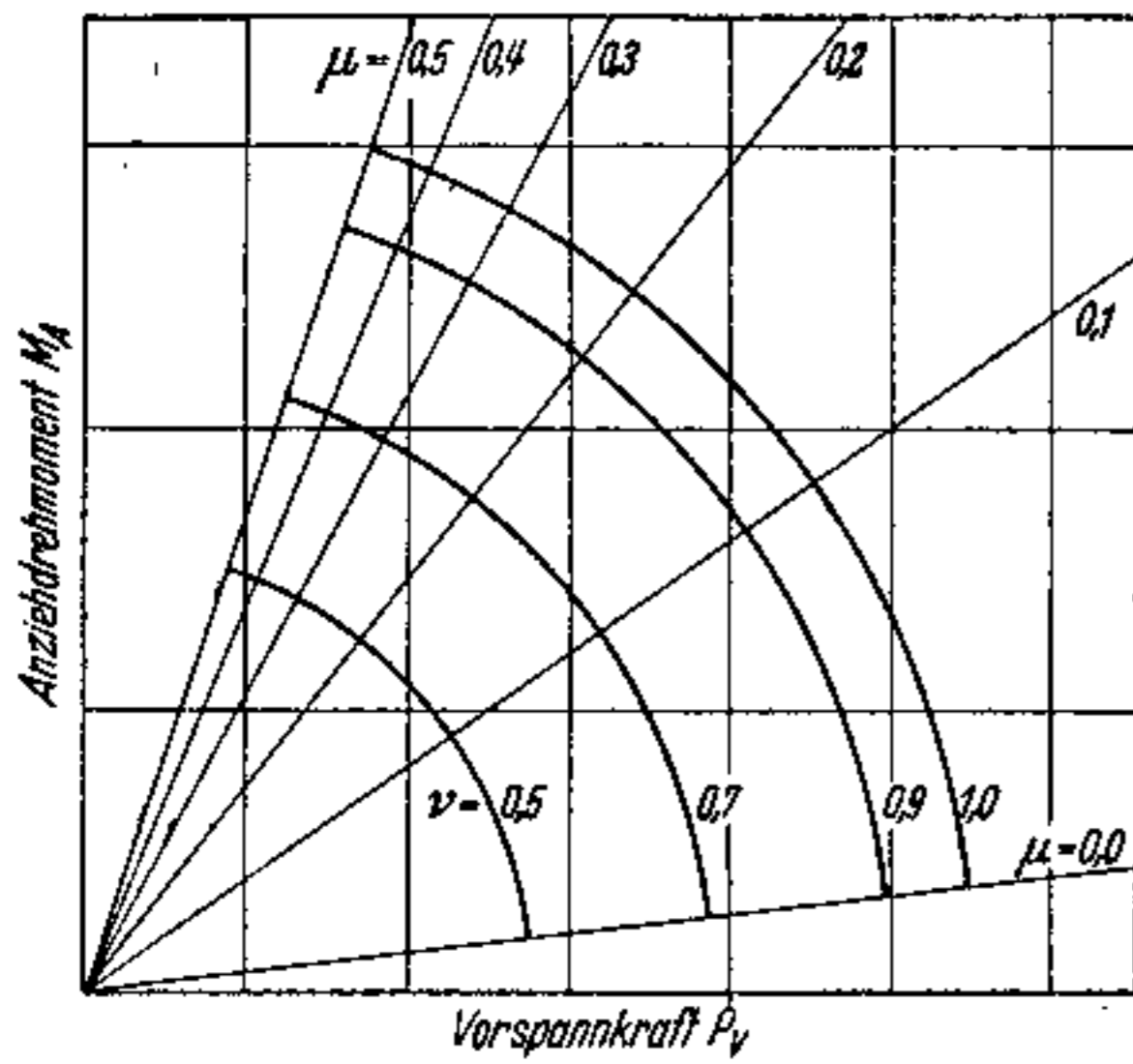


Bild 2

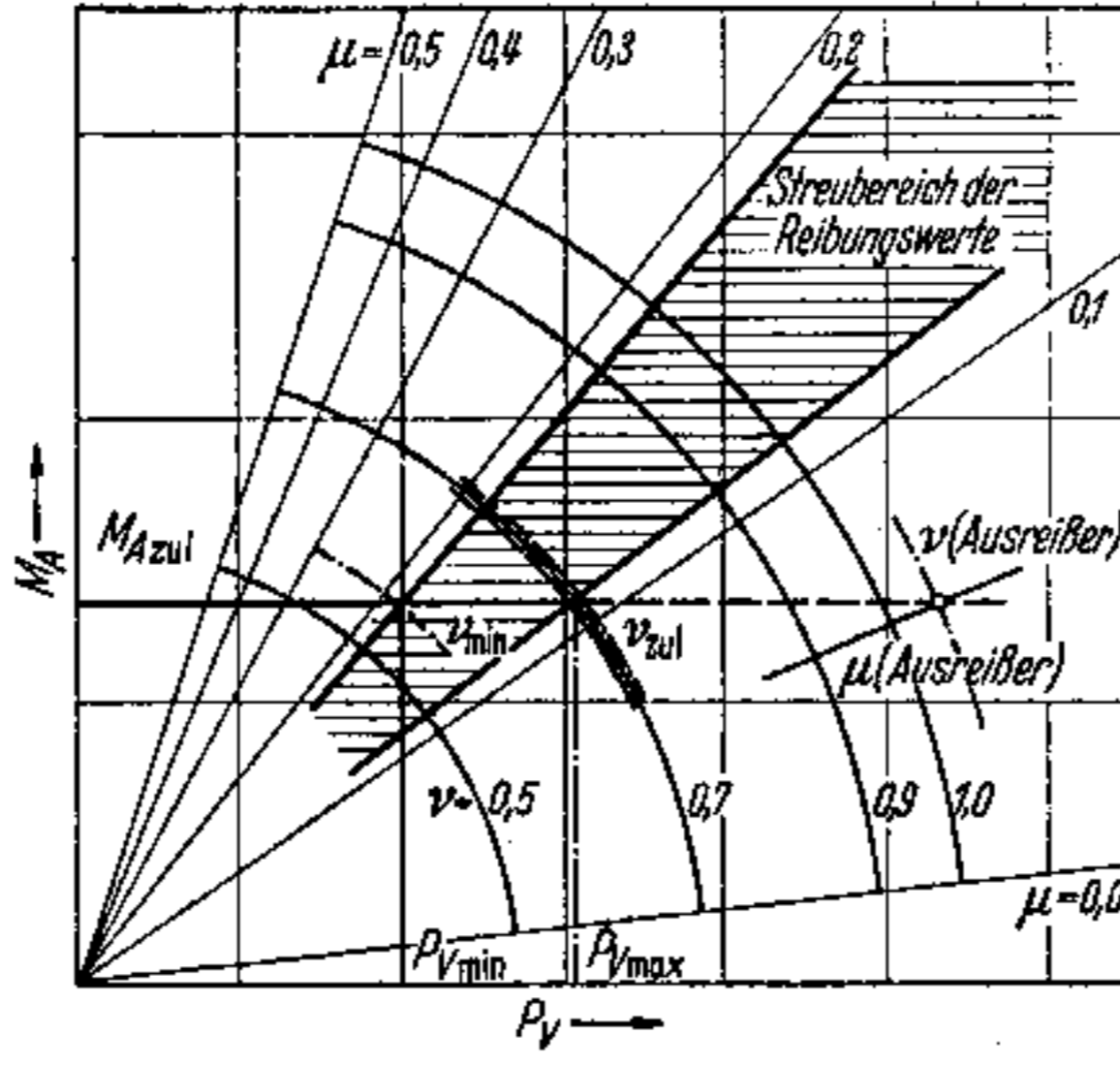


Bild 4

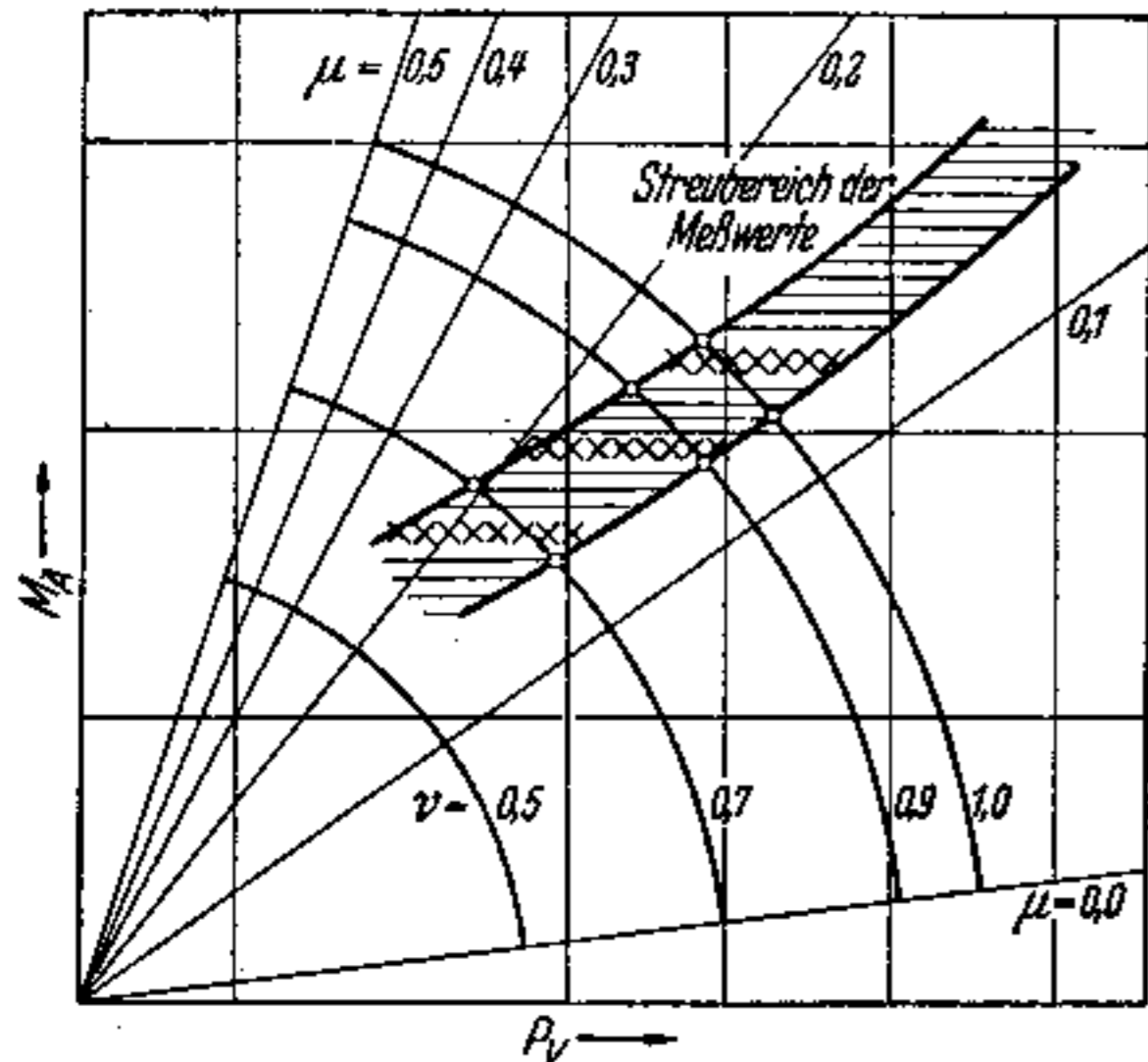


Bild 3

× Meßwerte für  $M_A = \text{const}$     ○ ermittelte Reibungswerte

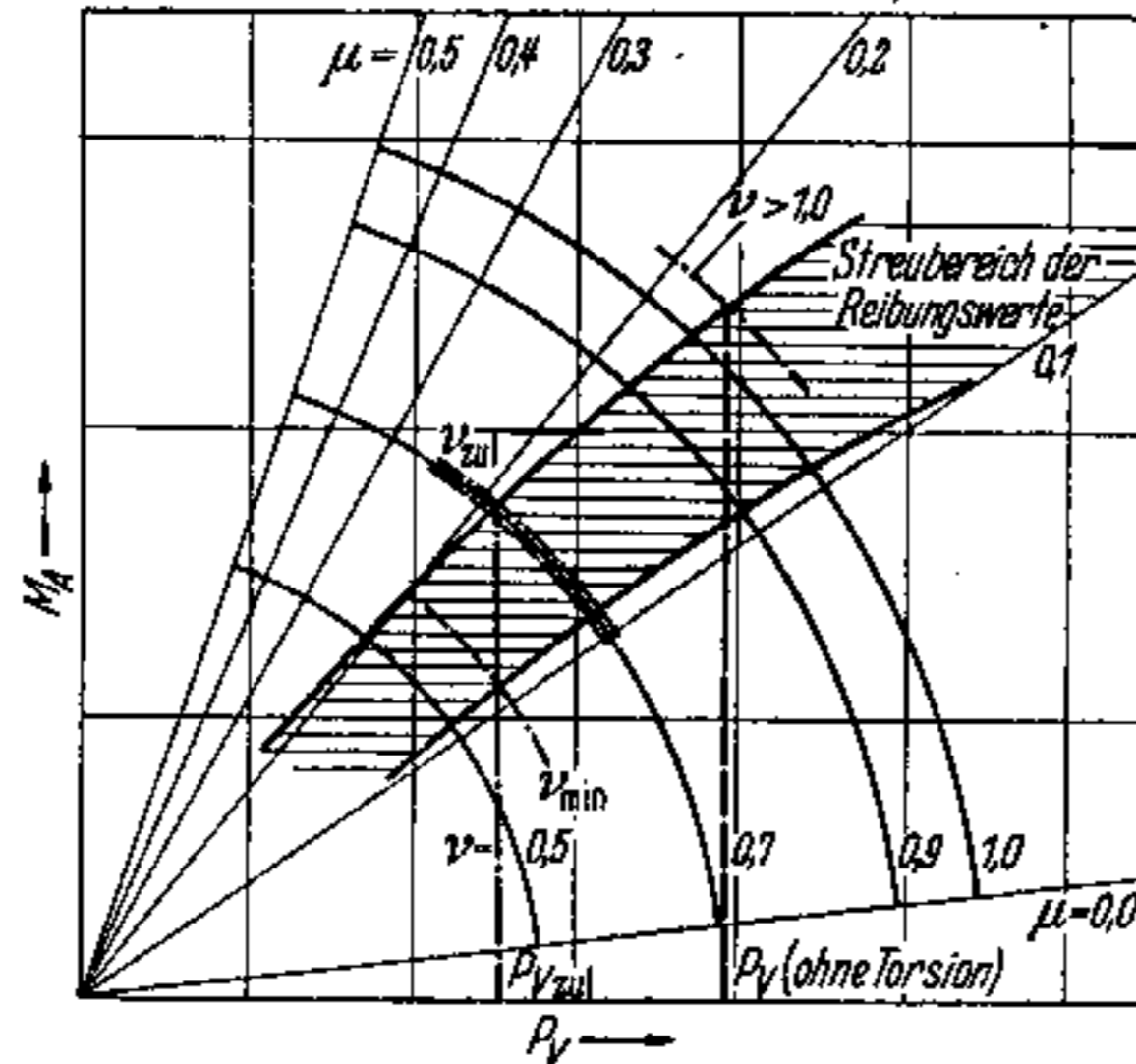


Bild 5

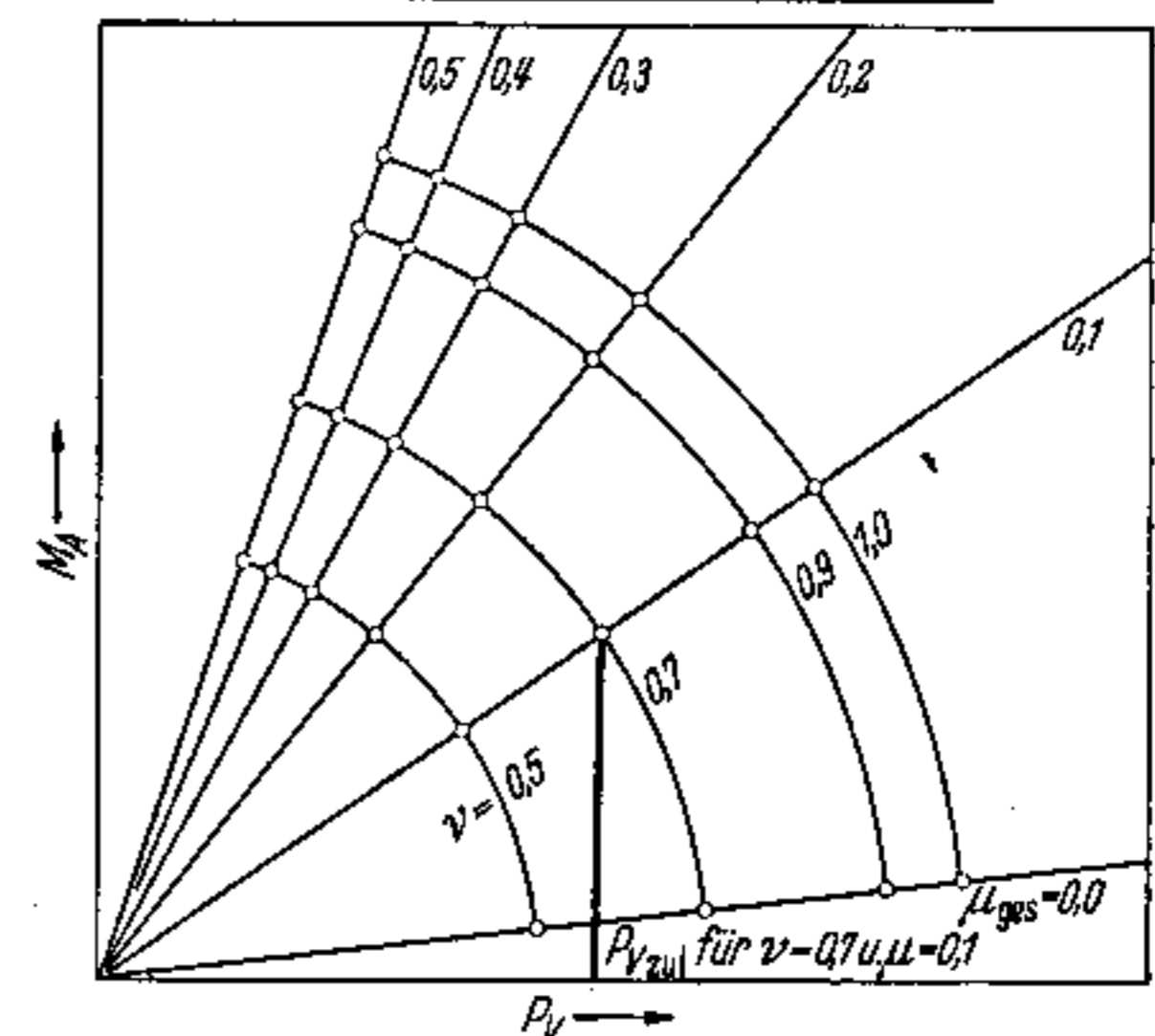


Bild 6

1.  $\mu$ -Strahlenbüschel

$\mu_{\text{ges}}$	0,0	0,1	...	0,5
$M_A/P_V$				

2.  $\nu$ -Kurvenschar

$\mu$	0,0	0,1	...	0,5
Wurzelwert				
$\nu$	$P_{V\text{zul}} = \frac{\nu \cdot \sigma_s \cdot F_s}{\text{Wurzelwert}}$			
1,0				
...				
0,5				

Bild 2. Vollständiges  $M_A$ - $P_V$ -Diagramm,  $\nu$  Ausnutzung der Streckgrenze. Die  $\mu$ -Geraden sind Linien gleichen Reibungszustandes, die  $\nu$ -Kurven solche gleicher Werkstoffanstrengung, deren obere Grenze bei  $\nu = 1,0$  liegt, da dann die Streckgrenze erreicht ist.

Bild 3. Ermittlung der Reibungswerte.

Bild 4. Bestimmung des zulässigen Anzieh-Drehmomentes bei bekanntem Streubereich.

Bild 5. Ermittlung der zulässigen Vorspannkraft beim Anziehen auf gleiche Längenänderung.

Bild 6. Herstellung eines  $M_A$ - $P_V$ -Diagramms (Rechenschema und Aufriß).

Durch  $P_V = \sigma \cdot F_S (= \sigma_T \cdot F_T)$  sind die Spannungs- und Drehmomentgleichungen miteinander verknüpft. Wird bedacht, daß die Reibungsverhältnisse sehr unterschiedlich sind und daß für eine Vielzahl gleicher Schrauben nur ein Reibungsstreuband anzugeben ist, dann ist einzusehen, wie umständlich die numerische Auswertung vorstehender Gleichungen wird. Die Verhältnisse gewinnen erheblich an Übersichtlichkeit durch eine Darstellung im vollständigen  $M_A$ - $P_V$ -Diagramm. Ein solches wird nur durch die Abmessungen der Schraube bestimmt. Der Reibungswert und die Gesamt-Schraubenbeanspruchung, aus Zug und Torsion zusammengesetzt, sind als Parameter in  $M_A$ - $P_V$ -Koordinaten variabel (Bild 2). Der nächste Abschnitt beschäftigt sich eingehend mit der Konstruktion derartiger Diagramme.

An dieser Stelle soll nur noch kurz auf einige wichtige Anwendungsmöglichkeiten hingewiesen werden:

1. Ermittlung der Reibungswerte aus  $M_A$ - $P_V$ -Messungen. Da eine Lastabhängigkeit der Gewindereibungszahl gefunden wurde [8], muß die Auswertung in Abhängigkeit von einer Belastungskenngroße erfolgen. Als solche empfiehlt sich  $\nu$ , da es bei Dimensionierungsberechnungen gegeben ist (Bild 3).

2. Bestimmung des zulässigen Anzieh-Drehmomentes bei bekanntem Streubereich (Bild 4).

Ausgehend von der zulässigen Streckgrenzausnutzung  $\nu_{\text{zul}}$  und der unteren Grenze des  $\mu$ -Streubereiches ergibt sich sofort neben  $M_{A\text{zul}}$  auch der Streubereich der Vorspannkraft  $P_V$ . In gleich einfacher Weise läßt sich die Werkstoffbeanspruchung abschätzen, wenn der  $\mu$ -Wert sich

unbeabsichtigt geändert hat (z.B. bei einem anderen Schmieröl, siehe „Ausreißer“).

3. Ermittlung der zulässigen Vorspannkraft beim Anziehen auf gleiche Längenänderung (Bild 5).

Hierbei ist wieder von der zulässigen Streckgrenzausnutzung auszugehen, jedoch der Schnittpunkt mit der oberen Grenze des  $\mu$ -Streubereiches zu ermitteln. Wollte man die durch die Reibung bedingte Torsion vernachlässigen (oder mit irgendeinem unrichtigen Festwert bedenken), dann kann leicht die Streckgrenze überschritten werden, wie in Bild 5 angedeutet.

C. Konstruktion des vollständigen  $M_A$ - $P_V$ -Diagramms

Die  $\mu$ -Wert-Kurvenschar ist ein Strahlenbüschel durch den Koordinatenursprung, wie aus den Gln. (2) bis (4) sofort abzulesen ist:

$$M_A = P_V \left[ \frac{d_F}{2} \cdot \text{tg}(\alpha + \rho') + R_{RK} \cdot \mu_A \right]. \quad (7)$$

Der  $\mu = 0$ -Strahl folgt der Gleichung

$$M_A = P_V \frac{h}{2\pi}. \quad (7.1)$$

Für ein metrisches Gewinde mit Kreisring-Kopfaufschlagfläche gilt

$$M_A = P_V \left[ 0,161 h + \mu \left( 0,583 d_F + \frac{\mu_A}{\mu} \cdot \frac{D_A + D_I}{4} \right) \right]. \quad (8)$$

Der Einfachheit halber kann mit  $\mu_{\text{ges}} = \mu = \mu_A$  gerechnet werden.  $\mu_{\text{ges}}$  kennzeichnet dabei die Gesamtreibung der



Die Hauptachse der Ellipse ist um den Winkel  $\varphi$  gegen die Abszisse gedreht (Bild 8). Er ist zu errechnen aus

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2A \cdot m_P}{A^2 + B^2 - m_P^2} \quad (15)$$

Für die Achsenabschnitte gilt

$$\left. \begin{aligned} c &= \frac{B \cdot (\nu \cdot \sigma_S \cdot F_S)}{\sqrt{\sin^2 \varphi + \frac{A^2 + B^2}{m_P^2} \cdot \cos^2 \varphi + \frac{A}{m_P} \cdot \sin 2\varphi}} \\ d &= \frac{B \cdot (\nu \cdot \sigma_S \cdot F_S)}{\sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{A^2 + B^2}{m_P^2} \cdot \sin^2 \varphi - \frac{A}{m_P} \cdot \sin 2\varphi}} \end{aligned} \right\} (16)$$

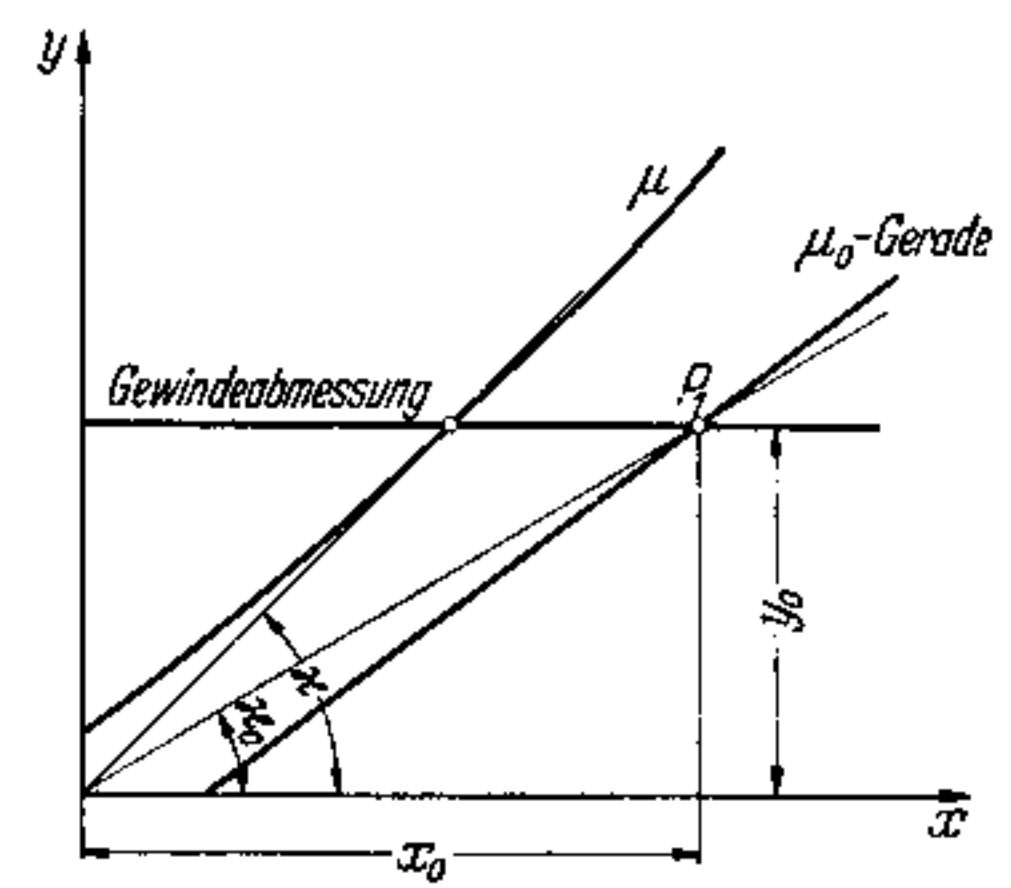
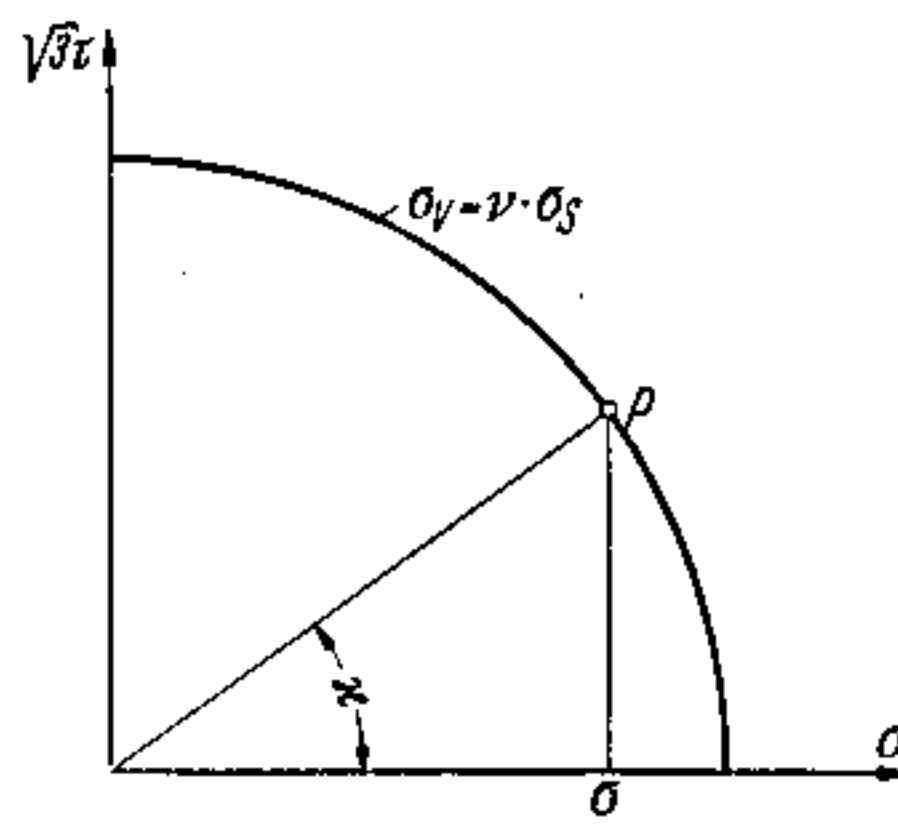


Bild 10 und 11. Ableitung des Nomogramms Bild 12.

Bei Dehnschrauben tritt an die Stelle von  $F_S$  der Dehnschaftquerschnitt  $F_T$ .

Bei den weiteren Betrachtungen ist noch der Sonderfall  $M_K = 0$  von Interesse. Nach Gl. (4) bedeutet dies, daß  $R_{RK} = 0$  wird. Weiter ist hierbei für metrisches Gewinde

$$\left. \begin{aligned} A &= 0, \\ B &= 0,577 \frac{W_p}{F_S}, \\ \varphi &= 0, \\ c &= m_P \cdot \nu \cdot \sigma_S \cdot F_S, \\ d &= 0,577 \cdot \nu \cdot \sigma_S \cdot W_p \end{aligned} \right\} (17)$$

Für eine Dehnschaftschraube erhält man in diesem Fall

$$\left. \begin{aligned} A &= 0, \\ B &= 0,144 \delta \cdot d_K, \\ \varphi &= 0, \\ c &= m_P \cdot \nu \cdot \sigma_S \cdot F_S, \\ d &= 0,144 \cdot \nu \cdot \sigma_S \cdot \delta \cdot d_K \end{aligned} \right\} (18)$$

In beiden Fällen ist

$$d = \frac{B}{m_P} \cdot c \quad (18.1)$$

Es handelt sich also hierbei um eine Ellipse in Normallage. Wird die Ordinate ( $M_A$ ) im Maßstab  $B/m_P$  aufgetragen, dann geht die Figur in einen Kreis über. Die  $\nu$ -Kurvenschar ist damit durch konzentrische Kreise darstellbar geworden.

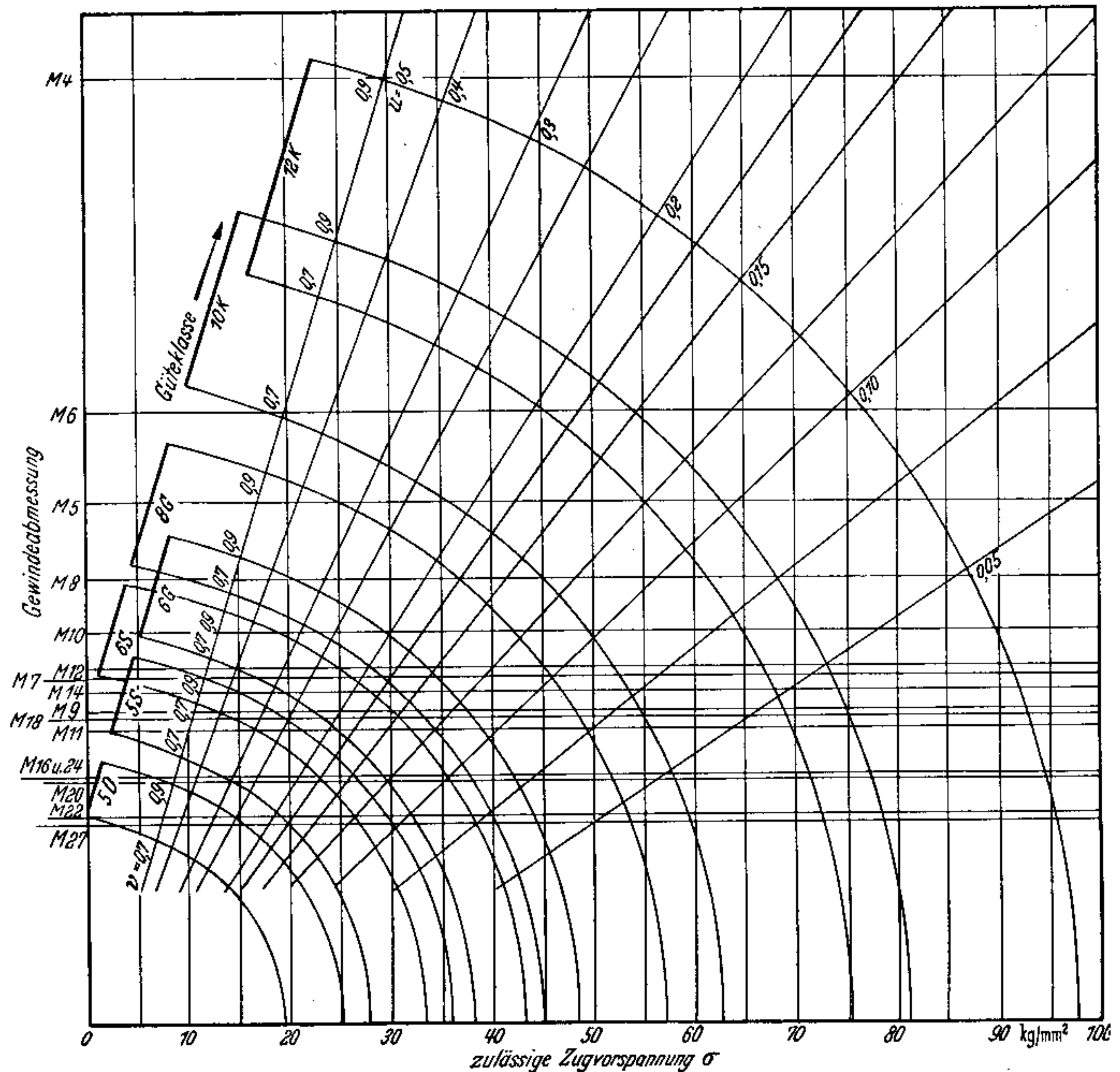


Bild 12. Nomogramm zur Ermittlung der zulässigen Zugvorspannung für Stahrschrauben.

#### D. Entwicklung eines Dimensionierungs-Nomogramms

Wird die Aufgabe gestellt, für gegebene Betriebsverhältnisse (Mindestvorspannkraft, Oberflächenbehandlung, Schmierzustand) eine Schraubenverbindung zu berechnen, dann nützt das eben besprochene  $M_A$ - $P_V$ -Diagramm nichts. Die Schraubenabmessungen sind ja noch nicht bekannt. Wie in Bild 4 gezeigt werden konnte, ist es aber erforderlich, daß der Streubereich der Reibungswerte berücksichtigt wird. Im folgenden wird hierzu ein von der Abmessung unabhängiges Nomogramm entwickelt.

Dividiert man Gl. (3) durch  $d_F \cdot F_S$ , so ergibt sich

$$m_G = \frac{M_G}{d_F \cdot F_S} = \frac{\sigma}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi') \quad (19)$$

$m_G$  ist nur noch durch  $\alpha$  mit der Gewindeabmessung verknüpft. Die Änderungen des Steigungswinkels sind jedoch gering und ohne großen Fehler zu vernachlässigen ( $\Delta\alpha \ll \varphi'$ ).

In  $m_G$ - $\sigma$ -Koordinaten läßt sich genau wie oben in  $M_A$ - $P_V$ -Koordinaten eine  $\mu$ -Wert-Kurvenschar darstellen und ein Streubereich einzeichnen. Die Kurvenschar konstanter Vergleichsspannung ist nach den bereits angegebenen Verfahren einzuzeichnen. Da in Gl. (19) die Kopfreibung unberücksichtigt ist, läßt sich diese Kurvenschar durch konzentrische Kreise darstellen. Eliminiert man aus Gl. (19) und Gl. (5)  $\operatorname{tg}(\alpha + \varphi')$ , dann wird:

$$m_G = \sigma \cdot \frac{W_p}{\sqrt{3} \cdot d_F \cdot F_S} \times \sqrt{\left(\frac{\nu \cdot \sigma_S}{\sigma}\right)^2 - 1} \quad (20)$$

und weiter

$$(\nu \cdot \sigma_S)^2 = \sigma^2 + \left(m_G \frac{\sqrt{3} \cdot d_F \cdot F_S}{W_p}\right)^2 \quad (21)$$

Die Ordinate ist also im Maßstab  $\sqrt{3} \cdot d_F \cdot F_S / W_p$  darzustellen, damit die Kreisgleichung erfüllt wird. Der Radius entspricht der Vergleichsspannung  $\sigma_V = \nu \cdot \sigma_S$  und ist

direkt auf der Abszisse ablesbar. Für Dehnschrauben ergibt sich in gleicher Weise

$$m_G = \sigma_T \frac{\delta \cdot d_K}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot d_F} \sqrt{\left(\frac{v \cdot \sigma_S}{\sigma_T}\right)^2 - 1}$$

$$(v \cdot \sigma_S)^2 = \sigma_T^2 + \left(m_G \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot d_F}{\delta \cdot d_K}\right)^2 \quad (22)$$

Bei der Konstruktion der Nomogramme ist zu empfehlen die mit der Gewindeabmessung nur leicht veränderlichen Größen  $\alpha$ ,  $d_F \cdot F_S / W_p$ ,  $d_F / d_K$  so zu wählen, daß die tatsächliche Beanspruchung in keinem Fall die zulässige Vergleichsspannung überschreitet. In Bild 9 ist ein Dimensionierungs-Nomogramm für Starrschrauben in verkleinertem Maßstab wiedergegeben.<sup>1</sup> Der eingezeichnete Streubereich der Reibungswerte gilt für phosphatierte Oberflächen. Im Abschnitt F wird an einem Beispiel die Anwendung dieses Nomogramms erklärt werden.

### E. Nomogramm zur Ermittlung der zulässigen Zugvorspannung

Nachdem mit Hilfe des Dimensionierungs-Nomogramms die Gewindeabmessung festgelegt ist, sind zulässige Vorspannung und Anzieh-Drehmoment zu bestimmen. Das ist nach den Gln. (2) bis (6) möglich, jedoch im Fall der Gln. (5) und (6) numerisch sehr umständlich. Diese Rechnung ist zweckmäßig nomographisch durchzuführen.

Geht man von der Hypothese der größten Gestaltänderungsarbeit

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + (\sqrt{3} \tau)^2} \quad (23)$$

aus, dann sind alle gleichwertigen Spannungszustände  $\sigma_V = \text{konst.}$  durch Kreise darstellbar (Bild 10). Der Winkel  $\kappa$  ist bestimmt durch

$$\text{tg } \kappa = \sqrt{3} \tau / \sigma \quad (24)$$

Andererseits ist aber auch für Starrschrauben

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{d_F}{2} \cdot \frac{F_S}{W_p} \cdot \text{tg}(\alpha + \varrho') \quad (25)$$

Um zu einer übersichtlichen Lösung zu kommen, muß der Parameter  $\kappa$  als Funktion von Gewindeabmessung und Reibungszahl in getrennten  $\kappa$ - $y$ -Koordinaten dargestellt werden (Bild 11). Der Winkel  $\kappa$  ergibt sich zwischen dem Ursprungsstrahl, der durch den Schnittpunkt der entsprechenden Reibungszahl- und Gewindeabmessungs-Kurve geht, und der Abszisse. Werden die Darstellungen der Bilder 10 und 11 übereinander gezeichnet, so erhält man das fertige Nomogramm.

<sup>1</sup> Eine Sammelmappe mit Nomogrammen und weiteren Konstruktionsunterlagen über Schraubenverbindungen ist in Vorbereitung.

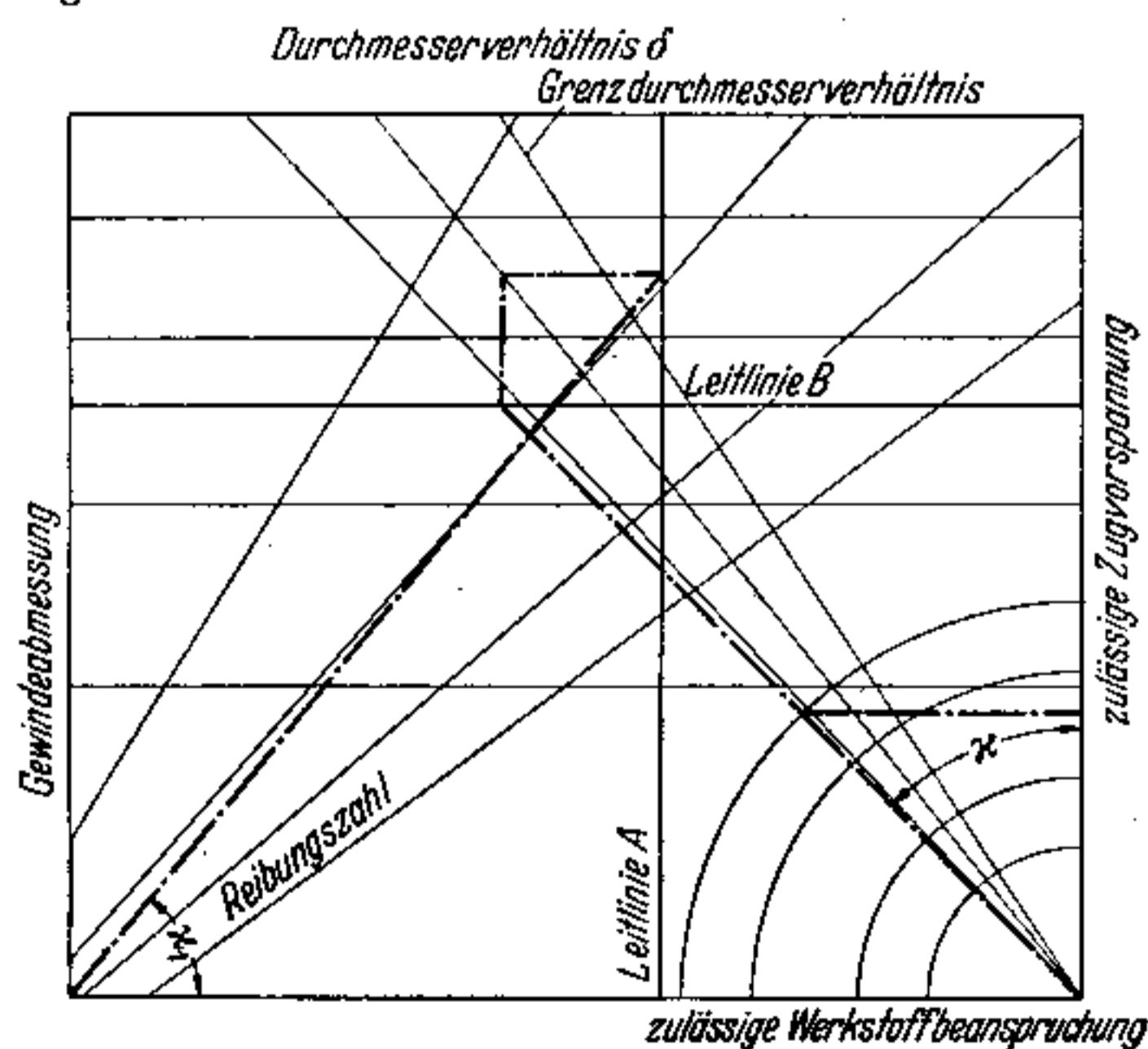


Bild 13. Schema eines Nomogramms zur Ermittlung der Zugvorspannung für Dehnschrauben.

Bei der Berechnung des Bildes 11 kann zunächst eine Kurve frei gewählt werden. Es empfiehlt sich, eine  $\mu$ -Linie als „ $\mu_0$ -Gerade“ analytisch festzulegen entsprechend der Gleichung

$$x_0 = M_0 \cdot y_0 - N_0 \quad (26)$$

Aus der Figur ist abzulesen, daß

$$\text{tg } \kappa_0 = \frac{y_0}{x_0} \quad (27)$$

ist. Mit Gl. (24) und Gl. (25) wird

$$\text{tg } \kappa_0 = \frac{\sqrt{3} \cdot d_F \cdot F_S}{2 \cdot W_p} \cdot \text{tg}(\alpha + \varrho') \quad (28)$$

Aus den Gln. (26) und (27) lassen sich für die einzelnen Abmessungen die zugehörigen Ordinaten  $y_0$  auf der  $\mu_0$ -Geraden errechnen:

$$y_0 = \frac{N_0 \cdot \text{tg } \kappa_0}{M_0 \cdot \text{tg } \kappa_0 - 1} \quad (29)$$

Daran anschließend ist die  $\mu$ -Kurvenschar einzuzichnen. Nach

$$\kappa = \frac{y_0}{\frac{\sqrt{3} \cdot d_F \cdot F_S}{2 \cdot W_p} \cdot \text{tg}(\alpha + \varrho')} \quad (30)$$

werden die Abszissenabschnitte für jeweils eine Abmessung und Gewindereibungszahl errechnet. Sind genügend Bestimmungspunkte vorhanden, kann die  $\mu$ -Kurve interpoliert werden. Bild 12 gibt ein derartiges Nomogramm für Normalgewinde-Starrschrauben verkleinert wieder.

Für Dehnschrauben läßt sich das gleiche Nomogramm zeichnen, wenn das Verhältnis  $\delta$  (Dehnschaft- zu Gewindekerndurchmesser) konstant bleibt. Beim heutigen Stand der Schraubenkonstruktion und Normung kommen aber Durchmesserhältnisse von 1,1 bis 0,7 vor. Bei der praktischen Anwendung des Nomogramms muß  $\delta$  demnach als unabhängige Veränderliche zur Verfügung stehen. Für das Spannungsverhältnis  $\tau_T / \sigma_T$  im Dehnschaft gilt

$$\frac{\tau_T}{\sigma_T} = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{2 \cdot d_F}{d_K} \text{tg}(\alpha + \varrho') \quad (31)$$

Setzt man

$$\text{tg } \kappa_1 = \delta \sqrt{3} \cdot \tau_T / \sigma_T$$

bzw.

$$\text{tg } \kappa_{01} = 2 \sqrt{3} \cdot d_F / d_K \cdot \text{tg}(\alpha + \varrho') \quad (32)$$

dann läßt sich die  $\mu$ - und die Abmessungskurvenschar nach den Gln. (29) und (30) berechnen. Nach Durchführung der Zwischenrechnung

$$\text{tg } \kappa_1 = \delta \cdot \text{tg } \kappa \quad (33)$$

mit  $\delta$ -Strahlenbüschel und Leitlinien erscheint der Winkel  $\kappa$  in  $\sigma \sqrt{3} \tau$ -Koordinaten. Die zulässige Zugspannung läßt sich dann wie bei dem Starrschraubennomogramm ablesen.

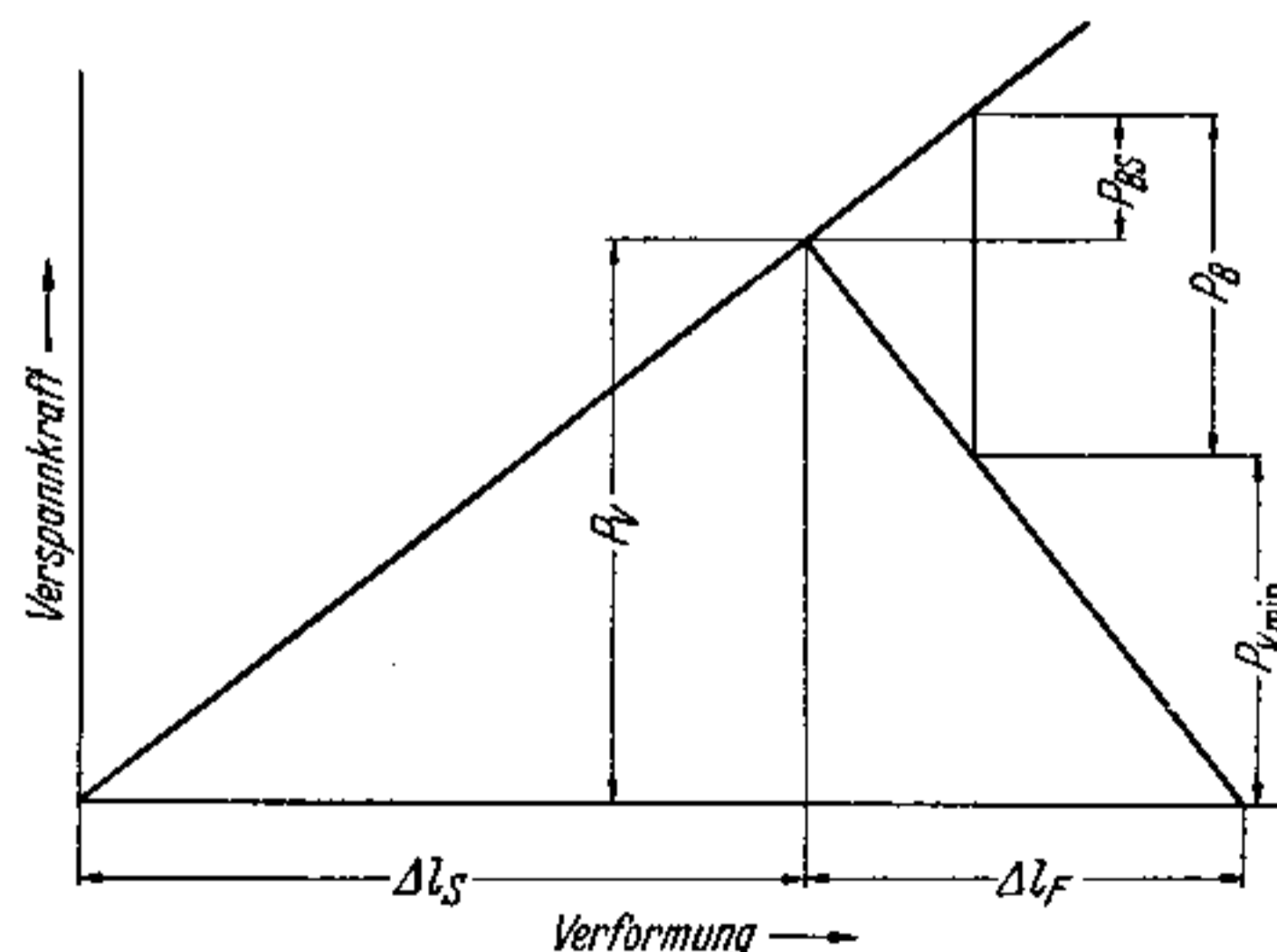


Bild 14. Verspannungsschaubild.

$$P_V > P_{V \min} + P_B - P_{BS}; \quad P_V > P_{V \min} + \frac{C_F}{C_S + C_F} P_B.$$

$$C_S = P_V / \Delta l_S; \quad C_F = P_V / \Delta l_F.$$

In Bild 13 ist der prinzipielle Aufbau eines derartigen Nomogramms dargestellt.

Die Frage, wann der gefährdete Querschnitt im Gewinde und wann er im Dehnschaft liegt, ist nicht allgemeingültig zu beantworten, da auch hierbei Gewindeabmessung und Reibungszustand von Einfluß sind<sup>2</sup>. Unter üblichen Verhältnissen liegt der gefährdete Querschnitt im Gewinde, wenn  $\delta > 1,03 \dots 1,05$  ist. In Zweifelsfällen sind beide Spannungswerte aus dem Nomogramm zu ermitteln.

### F. Anwendungsbeispiel

Berechnung und Entwurf einer dynamisch beanspruchten Schraubenverbindung

An einer Verbindungsstelle wirkt eine dynamische Betriebslast  $P_B = \pm 350$  kg. Die zu verbindenden Teile müssen gegeneinander abgedichtet werden. Hierzu ist eine Mindest-Vorspannkraft  $P_{Vmin} = 1200$  kg erforderlich. Es ist weiter zu berücksichtigen, daß sich das Dichtungsmaterial im Laufe der Zeit um 0,03 mm setzt.

Zunächst ist im Hinblick auf die Einhaltung der erforderlichen Mindestvorspannkraft von 1200 kg — auch unter Betriebslast — die Vorspannkraft zu ermitteln. Hierzu ist das Vorspannungsschaubild heranzuziehen (Bild 14). Der Wert  $C_F/C_S$  sei für die vorliegenden Verhältnisse (Dehnschraube) zu  $C_F/C_S = 6$  geschätzt. Damit ergibt sich:

$$P_V > P_{Vmin} + \frac{C_F/C_S}{1 + C_F/C_S} \cdot P_B$$

$$> 1200 + \frac{6}{7} \cdot 350$$

$$> 1500 \text{ kg.}$$

Der durch die bleibende Verformung des Dichtungswerkstoffes verursachte Vorspannungsabfall muß innerhalb von

<sup>2</sup> Als Kriterium gilt:

$$\lambda = \frac{\delta^2 \sqrt{1 + 0,75 \left[ \frac{d_F}{W_p} \cdot \text{tg}(\alpha + \varrho') \right]^2}}{1 + 0,70 \frac{h}{d_{Kmax}} \sqrt{1 + 12 \left[ \frac{1}{\delta} \cdot \frac{d_F}{d_K} \cdot \text{tg}(\alpha + \varrho') \right]^2}}$$

Wird  $\lambda > 1$ , dann liegt der gefährdete Querschnitt im Gewinde; für  $\lambda = 1$  ist Gewinde und Dehnschaft gleich hoch beansprucht; für  $\lambda < 1$  ist der Dehnschaft am stärksten beansprucht.

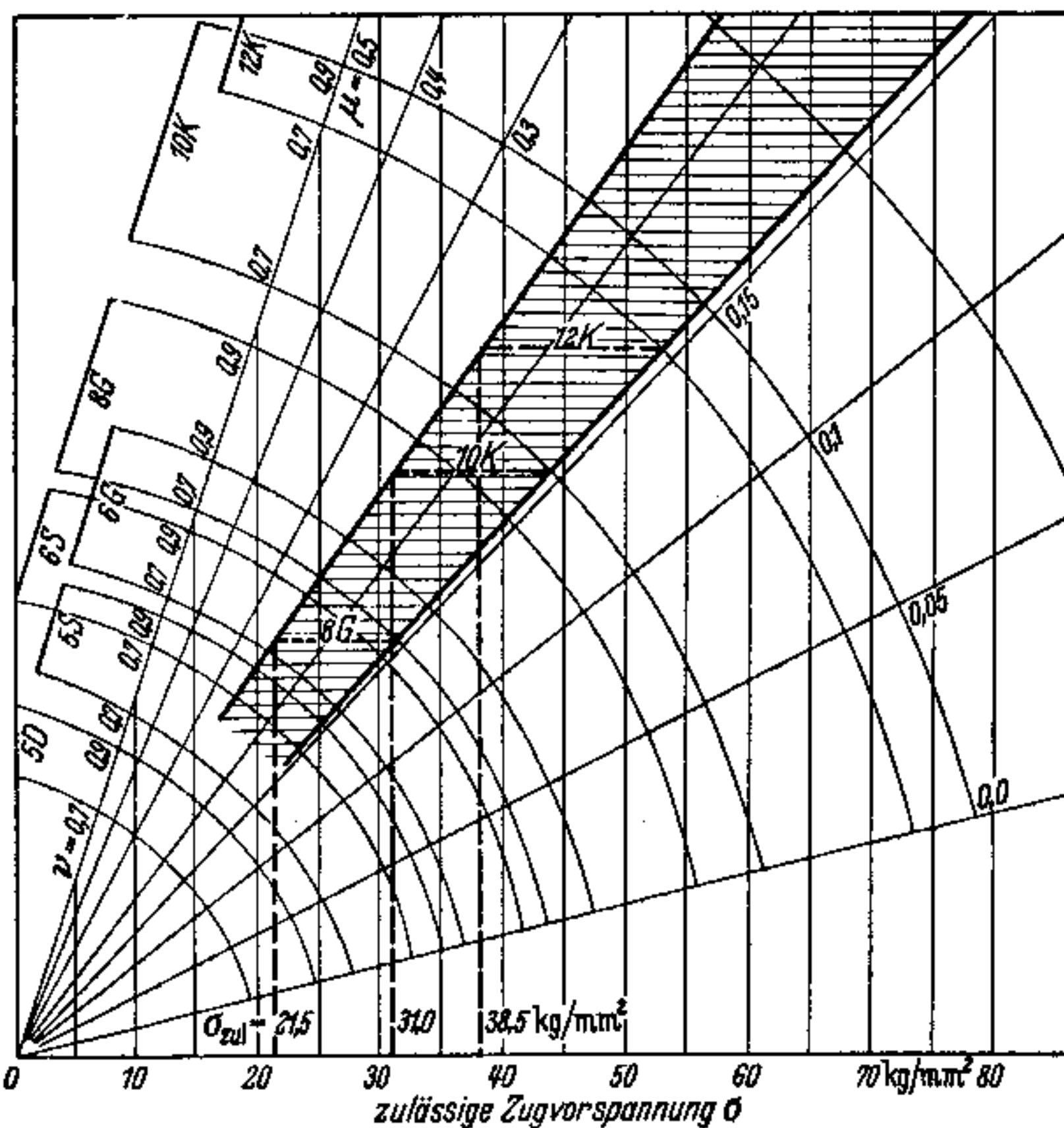


Bild 15. Dimensionierungs-Nomogramm für Dehnschrauben mit  $\delta = 0,9$ . Schraffierte Fläche: Streubereich der Reibungswerte für phosphatierte, geschwärzte und geölte Oberflächen.

20% liegen. Es wird also ein

$$P_V > \frac{1500}{0,8} \approx 1900 \text{ kg}$$

angesetzt.

Dann ist die zulässige Spannung zu ermitteln. Zu diesem Zweck wird das Dimensionierungsnomogramm verwendet, das im Bild 15 für Dehnschrauben mit  $\delta = 0,9$  dargestellt ist.

Bei einer Streckgrenzenausnutzung  $\nu = 0,7$ , wie sie bei Feingewinden üblich ist ( $\nu = 0,9$  bei Normalgewinden), ergeben sich als untere Grenzen für die zulässige Zugvorspannung aus diesem Bild:

Güteklasse	8 G	10 K	12 K
$\sigma$ kg/mm <sup>2</sup>	21,5	31,0	38,5

Damit werden die erforderlichen Dehnschaft- und Gewindekerndurchmesser:

$d_T$ mm	10,6	8,85	7,93
$d_K = \frac{d_T}{0,9}$ mm	11,7	9,84	8,80
Entsprechendes Gewinde	M 14 × 1,5	M 12 × 1,5	M 10 × 1

Für die Ausführung wird eine Dehnschraube M 12 × 1,5 in Güteklasse 10K gewählt.

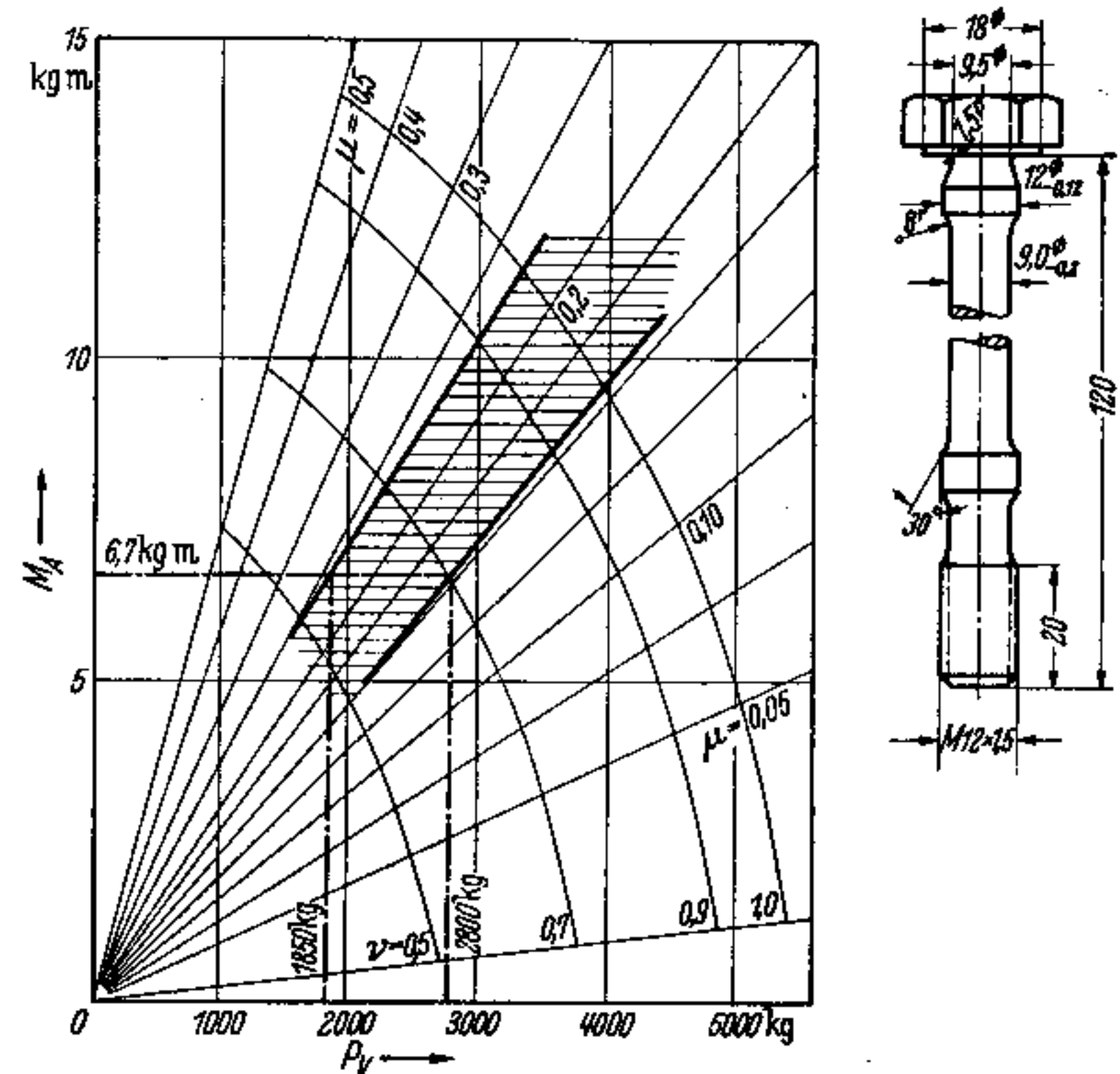


Bild 16.  $M_A$ - $P_V$ -Diagramm für Beispiel. Güte 10 K. Oberfläche phosphatiert, geschwärzt und geölt.

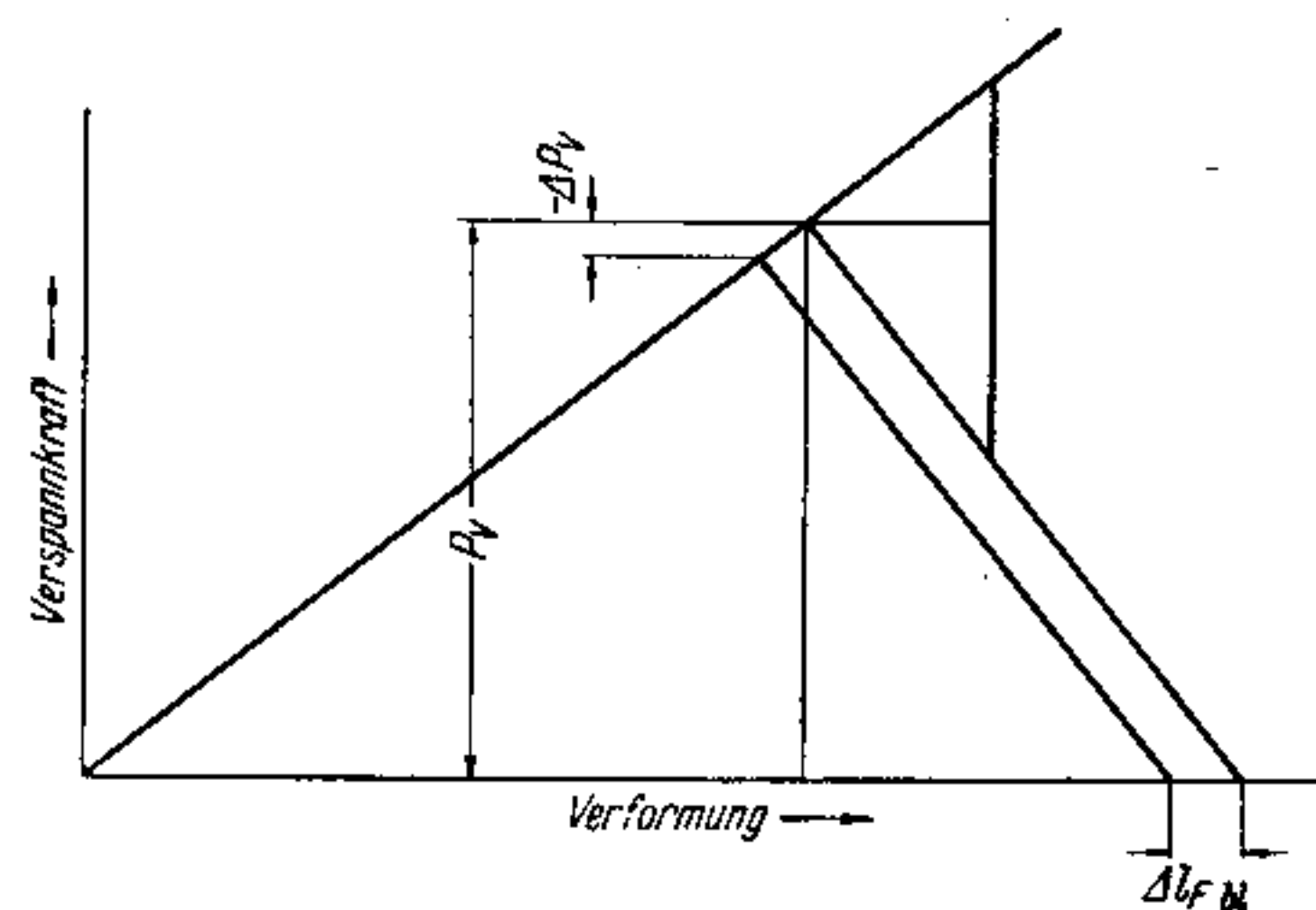


Bild 17. Bleibende Verformung der verspannten Teile.

$$-\Delta P_V = \Delta l_{Fb1} \cdot \frac{C_S \cdot C_F}{C_S + C_F}; \quad C_S = P_V / \Delta l_S.$$

Das Gewinde M 10 × 1 ist hinsichtlich der Pressung des Gewindeprofils ungünstiger und weist größere Vorspannungsverluste auf.

Die gewählte Schraube hat folgende Abmessungen:

Gewinde	$d_T$ mm	$F_S$ mm <sup>2</sup>	$F_T$ mm <sup>2</sup>
M 12 × 1,5	9,0 <sub>-0,2</sub>	84,2	61,0

Kontrollrechnungen:

a) Dynamische Beanspruchung.

Der von der Schraube aufzunehmende Anteil der Betriebslast beträgt

$$P_{BS} = P_B / (1 + C_F/C_S).$$

Hier sei  $C_F/C_S = 3$  (etwa der ungünstigste Fall) angenommen. Damit ergibt sich

$$P_{BS} = \frac{1}{4} \cdot 350 \approx 88 \text{ kg}$$

und also eine Spannungsamplitude von  $\sigma_a = P_{BS}/2 F_S = 0,52 \text{ kg/mm}^2$ . Da für die Güteklasse 10 K der zulässige Spannungsausschlag  $\sigma_A = 5,5 \text{ kg/mm}^2$  beträgt, hat man noch eine etwa 10fache Sicherheit gegen Dauerbruch.

b) Errechnung des  $M_A$ - $P_V$ -Diagramms, Kontrolle der Vorspannung und Bestimmung der erforderlichen Dehnschaftlänge.

Wie aus Bild 16 zu entnehmen, liegt der Streubereich der Vorspannkraft bei einer maximalen Streckgrenzenausnutzung  $\nu = 0,7$  zwischen 1850 kg und 2800 kg. Dieser Wert wird erreicht, wenn die Schraube mit  $M_A = 6,7 \text{ kgm}$  angezogen wird. Diese Vorspannkraft ist für die gewünschten Verhältnisse ausreichend.

Der höchstzulässige Vorspannungsverlust  $\Delta P_{Vmax}$  infolge der bleibenden Verformung des Dichtungswerkstoffes darf nur noch 1850 kg - 1500 kg = 350 kg betragen. Wie man aus dem Vorspannungsdreieck Bild 17 entnehmen kann,

ergibt sich für die Einheitskraft der Schraube folgende Bedingung:

$$-\Delta P_V = \Delta l_{Fbl} \cdot C_S \frac{C_F/C_S}{1 + C_F/C_S} < -\Delta P_{Vmax},$$

$$C_S < \frac{-\Delta P_{Vmax}}{\Delta l_{Fbl}} \left(1 + \frac{C_S}{C_F}\right).$$

Hier ergibt das größer geschätzte  $C_F/C_S = 6$  den ungünstigeren Wert, weshalb

$$C_S < \frac{350}{0,03} \left(1 + \frac{1}{6}\right) = 13000 \frac{\text{kg}}{\text{mm}}.$$

Die erforderliche Länge des Dehnschaftes errechnet sich dann, wenn der Einfluß der anderen Schraubenteile vernachlässigt wird, zu

$$l_T \geq E \cdot F_T / C_S = 21000 \cdot 61,0 / 13600 = 94 \text{ mm}.$$

In Bild 16 ist die Konstruktion wiedergegeben.

#### Literatur

1. Thum A. und F. Debus: Vorspannung und Dauerhaltbarkeit von Schraubenverbindungen. Berlin: VDI-Verlag 1936 (dort weitere Schriftumsangaben).
2. Wiegand, H. und B. Haas: Berechnung und Gestaltung von Schraubenverbindungen. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1951.
3. Niemann, G.: Maschinenelemente. Berlin / Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1950.
4. ten Bosch, M.: Berechnung der Maschinenelemente. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1951.
5. Findeisen, F.: Neuzeitliche Maschinenelemente. Zürich: Schweizer Druck- u. Verlagshaus 1951.
6. Radzimovsky, E.: Schraubenverbindungen bei veränderlicher Belastung. Augsburg: Manu-Verlag 1949.
7. Erker, A.: Die vorgespannte Schraubenverbindung unter Dauerbeanspruchung und Überlastungen. MAN-Forschungsheft 1953, S. 3/17.
8. Kellermann, R. und H.-Ch. Klein: Untersuchungen über den Einfluß der Reibung auf Vorspannung und Anzugsmoment von Schraubenverbindungen. Konstruktion 7 (1955), S. 54/68.
9. Hancke, A.: Anzugsmoment, Reibungsbeiwert und Vorspannkraft bei hochfesten Schrauben. Draht 5 (1955), S. 39/42 und S. 86/93.